

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі (2022-2023 оқу жылы)

11-сынып

Жұмыс уақыты: 2 сағат 30 минут.
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

1.

$$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$$

болатындай барлық натурал a, b, c табыңыз.

Бұл жердегі (x,y) – x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.

2. ABC үшбұрышы берілген және G – центроид, медианалардың қиылысу нүктесі болсын. G нүктесіне BC қабырғасына қатысты симметриялы нүкте ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің бойында жататыны белгілі. $\frac{AG}{BC}$ қатынасын табыңыз.

3. Кез келген нақты a, b сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

4. $0, 1, \dots, 9$ цифрларын қолданып (қайталануы мүмкін) әр қатардың және әр бағанның цифрларының қосындысы 5-ке тең болатындай 3×3 тақтасын қанша әдіспен толтырып шығуға болады?

Второй (районный) этап
Республиканской олимпиады школьников
по математике (2022-2023 учебный год)

11 класс

Время работы: 2 часа 30 минут.
Каждая задача оценивается в 7 баллов.

1. Найдите все натуральные a, b, c такие, что

$$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b).$$

Здесь (x,y) – наибольший общий делитель чисел x и y .

2. Дан треугольник ABC и пусть G – центроид, точка пересечения медиан. Известно, что точка симметричная точке G относительно BC лежит на описанной окружности треугольника ABC . Найдите отношение $\frac{AG}{BC}$.

3. Докажите, что для любых действительных a, b справедливо неравенство

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

4. Сколькими способами можно заполнить цифрами $0, 1, \dots, 9$ (можно с повторениями) таблицу 3×3 так, чтобы сумма цифр в каждой строке и каждом столбце равнялась 5?