Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі (2022-2023 оқу жылы)

9-сынып

Жұмыс уақыты: 2 сағат 30 минут.
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

1. Екі математик пен он экономисттерден сегіз адамнан тұратын комиссия құру керек. Егер комиссияның ішіне кем дегенде бір математик кіру керек болса, онда оны қанша әдіспен құруға болады?

2. ABC үшбұрышында AK биссектрисасы жүргізілген. AB және AC түзулерінен сәйкесінше E және D ($E \neq A, D \neq A$) нүктелері алынған. E және D нүктелері BC түзуіне қатысты бір жақта жатыр және $EB = BK$, $CD = CK$. Егер $EBCD$ төртбұрышының диагональдарының қиылысу нүктесі AK түзуінің бойында жатса, онда $AB = AC$ болатынын дәлелдеңіз.

3.

$$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$$

болатындай барлық натурал a, b, c табыңыз.

Бұл жердегі $(x,y)-$ x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.

4. n бүтін саннан тұратын жиын берілген. «Секіріс» деп біз келесі операцияны айтамыз: жиыннан k сан тандалып және әр тандалған a санына $b \cdot k$ санын қосуға болады, бұл жердегі b кез келген бүтін сан (әр a үшін өзінің b саны тандалынады). 3 «секіріс» жасап жиындағы барлық санды нөлге айналдыруға болатынын дәлелдеңіз.

Второй (районный) этап
Республиканской олимпиады школьников
по математике (2022-2023 учебный год)

9 класс

Время работы: 2 часа 30 минут.
Каждая задача оценивается в 7 баллов.

1. Из двух математиков и десяти экономистов надо составить комиссию из восьми человек. Сколькими способами можно составить комиссию, если в неё должен входить хотя бы один математик?

2. В треугольнике ABC проведена биссектриса AK. На прямой AB и AC выбраны точки E,D($E \neq A$,$D \neq A$) соответсвенно. Оказалось, что точки E,D лежат по одну сторону от прямой BC и $EB = BK$,$CD = CK$. Докажите, что если точка пересечения диагоналей чеьырёхугольника $EBCD$ лежит на прямой AK то $AB = AC$.

3. Найдите все натуральные a,b,c такие, что

$$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b).$$

Здесь $(x,y)-$ наибольший общий делитель чисел x и y.

4. Дано множество из n целых чисел. Пусть «прыжок» представляет собой операцию в которой будет выбрано любое k чисел из множества, и к каждому такому числу a из выбранных чисел можно прибавить $b \cdot k$, где b любое целое число (для каждого a выбирается свое b). Докажите, что за 3 «прыжка» можно сделать все числа из множества нулями.