

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
аудандық кезеңі

2020-2021 оқу жылы

9-сынып

Жұмыс уақыты: 2 сағат.
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

1. $20! \times 21!$ санының неше бөлгіштері толық квадраттар немесе толық кубтар болып табылады?

(Кез келген n натурал саны үшін $n!$ (n натурал санының факториалы) өрнегінің мәні 1-ден n -ге дейінгі барлық натурал сандардың көбейтіндісі ретінде анықталады, яғни $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$.)

2. Сүйір бұрышты ABC үшбұрышының AB қабырғасының бойынан $AP : BP = 2 : 1$ болатындай P нүктесі белгіленген. $AC = CP = 1$ және $\angle BCP = 15^\circ$ екені белгілі. BC қабырғасының ұзындығын табыңыз.

3. $(x + y)^2 \leq 20 + 20x$
теңсіздігін қанағаттандыратын барлық (x, y) бүтін сандар жұптарын табыңыз.

Районный этап
Республиканской олимпиады школьников
по математике

2020-2021 учебный год

9 класс

Время работы: 2 часа.
Каждая задача оценивается в 7 баллов.

1. Сколько делителей числа $20! \times 21!$ являются точными квадратами или точными кубами?

(Для любого натурального числа n величина $n!$ (факториал натурального числа n) определяется как произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$.)

2. На стороне AB остроугольного треугольника ABC выбрана точка P так, что $AP : BP = 2 : 1$. Известно, что $AC = CP = 1$, $\angle BCP = 15^\circ$. Найдите длину стороны BC .

3. Найдите все пары (x, y) целых чисел, удовлетворяющих неравенству

$$(x + y)^2 \leq 20 + 20x.$$