РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ РАЙОННОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ
9 класс

Задача_1. Запишем закон сохранения импульса для упругого столкновения шаров

$$m\vec{\upsilon}_0 = m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2 \qquad (1)$$

или

$$\vec{\upsilon}_0 = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 \qquad (2)$$

Закон сохранения кинетической энергии

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m\upsilon_2^2}{2} \qquad (3)$$

или

$$\upsilon_0^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 \qquad (4).$$

Уравнение (2) означает, что скорости после столкновения складываются по правилу треугольника, а уравнение (4) (теорема Пифагора) означает, что треугольник прямоугольный. Значит угол разлета шаров после столкновения составляет $90°$.

Задача_2.

Принимая, что m – масса шарика, F_k – сила Кулона, действующая на шарик со стороны электрического поля, F_A – сила Архимеда, запишем условие равновесия шарика вдоль вертикальной оси:

$$mg = F_k\,,\ mg = \frac{F_k}{\varepsilon} + F_A\,. \qquad (1)$$

Силу Архимеда определяем из (1):

$$F_A = mg\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\,. \qquad (2)$$

Используем следующие выражения:

$$m = \rho_ш V\,,\ F_A = \rho_ж gV\,, \qquad (3)$$

где V – объем шарика.

Подставляя выражения (3) в (2), находим искомое отношение:

$$\rho_ж g\frac{m}{\rho_ш} = mg\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \Rightarrow \frac{\rho_ш}{\rho_ж} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\,. \qquad (4)$$

Подставляя в формулу (4) численное значение ε = 3, получим окончательный ответ

$$\frac{\rho_ш}{\rho_ж} = \frac{3}{3-1} = 1{,}5\,. \qquad (5)$$

Задача_3.

Мотор потребляет мощность, которая определяется в следующем виде

$$N = UI\,. \qquad (1)$$

Напряжение

$$U = E_i + IR\,, \qquad (2)$$

где E_i – ЭДС индукции, которая возникает в якоре.

Подставляя (2) в (1), получим

$$N = IE_i + I^2R, \qquad (3)$$

где I^2R – джоулево тепло, выделяемое в обмотках, а IE_i – мощность против ЭДС индукции. Она равна механической мощности N_1 развиваемой мотором.

Учитывая, что

$$I = \frac{U - E_i}{R}. \qquad (4)$$

Эта мощность равна

$$N_1 = \frac{UE_i - E_i^2}{R}. \qquad (5)$$

Данное выражение имеет максимум при $E_i = \frac{U}{2}$.

Следовательно, максимальное значение мощности

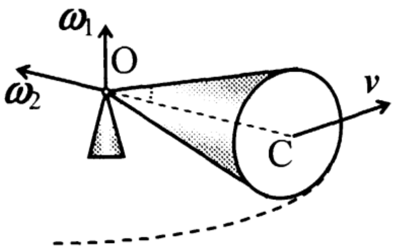
$$N_1 = \frac{U^2}{4R} = 302{,}5 \text{ Вт}. \qquad (6)$$

Мотор сможет развить мощность в 300 Вт.

10 класс

Задача_1.

Конус одновременно учувствует в двух движениях: вращении вокруг вертикальной неподвижной оси с угловой скоростью $\vec{\omega}_1$ и вращении вокруг оси ОС с угловой скоростью $\vec{\omega}_2$. Направление соответствующих векторов показано на рисунке. При этом точка С движется по окружности радиуса $R/tg\alpha$ с постоянной скоростью u, поэтому $\omega_1 = vtg\alpha/R$.



Так как конус катится по горизонтальной плоскости без скольжения, то скорость вращения вокруг оси ОС тех точек основания конуса, которые соприкасаются с плоскостью, равна v. Радиус окружности, по которой вращаются эти точки, равен R, поэтому угловая скорость вращения конуса вокруг оси ОС равна $\omega_2 = v/R$.

Принимая во внимание, что векторы $\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ взаимно перпендикулярны, получаем для модуля вектора полной угловой скорости конуса $\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$ выражение

$$\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} = \frac{v}{R\cos\alpha} = 2{,}3 \text{рад/с}. \qquad (1)$$

Вектор углового ускорения конуса по определению равен

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}_1}{dt} + \frac{d\vec{\omega}_2}{dt}, \qquad (2)$$

Причем первое слагаемое в этой сумме равно нулю, так как вектор $\vec{\omega}_1$ остается неизменным, как по длине, так и по направлению. Вектор же $\vec{\omega}_2$, оставаясь неизменным по длине, вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\vec{\omega}_1$ и направлен перпендикулярно этой оси. Рассматривая $\vec{\omega}_2$ как радиус вектор некоторой точки, расположенной на его конце, приходим к выводу, что $d\vec{\omega}_2/dt$ имеет смысл линейной скорости вращения этой точки по окружности с радиусом ω_2, то есть $|d\vec{\omega}_2/dt| = \omega_1\omega_2$. В результате, угловое ускорение конуса β определяется выражением

$$\beta = \omega_1\omega_2 = (v/R)^2 tg\alpha = 2{,}3\,\text{рад/с}^2.$$

Задача_2.

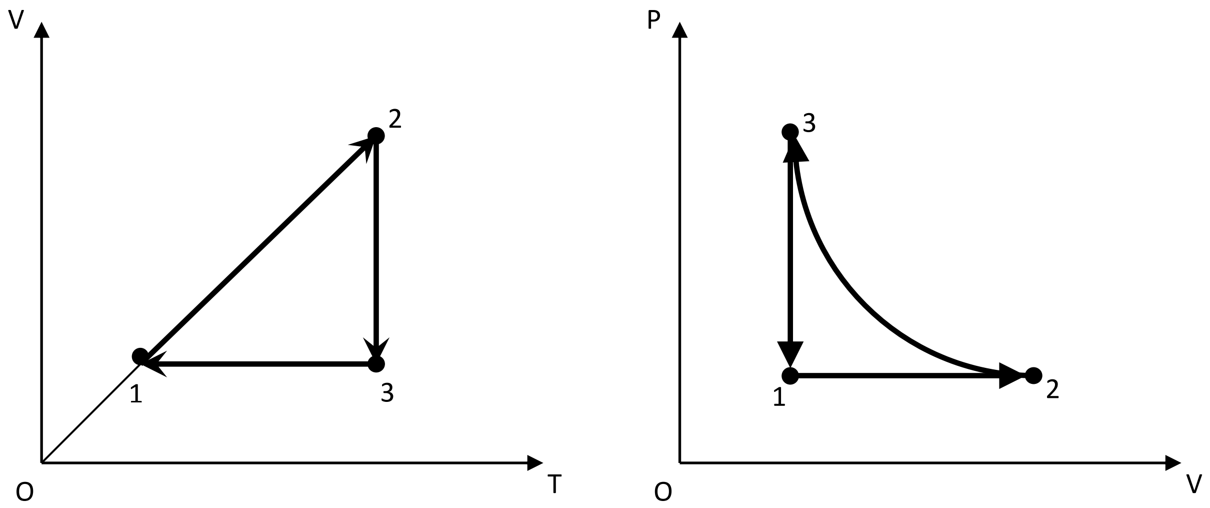
В соответствии с уравнением Клапейрона на рисунке изображены следующие процессы:

1-2: T – увеличивается, V – увеличивается, p=const;

2-3: p – увеличивается, V – уменьшается, T=const;

3-1: T – уменьшается, p – уменьшается, V=const.

Тогда графики процессов будут иметь вид:



Задача 3.

При подключении шариков к источнику тока, на них появятся разноименные заряды, по модулю равные q. При этом, поскольку шарики находятся далеко друг от друга, их потенциалы равны $\varphi_1 = q/4\pi\varepsilon_0 r$ и $\varphi_2 = -q/4\pi\varepsilon_0 r$, а разность потенциалов будет

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = q/2\pi\varepsilon_0 r. \qquad (1)$$

Ток, стекающий с положительно заряженного шарика, равен

$$I = j4\pi r^2 = \frac{1}{\rho}E4\pi r^2 = \frac{1}{\rho}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\rho\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

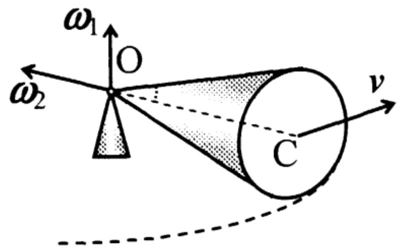
По закону Ома

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\rho}{2\pi r}. \qquad (3)$$

11 класс

Задача_1.

Конус одновременно учувствует в двух движениях: вращении вокруг



вертикальной неподвижной оси с угловой скоростью $\vec{\omega}_1$ и вращении вокруг оси ОС с угловой скоростью $\vec{\omega}_2$. Направление соответствующих векторов показано на рисунке. При этом точка С движется по окружности радиуса $R/tg\alpha$ с постоянной скоростью u, поэтому $\omega_1 = vtg\alpha/R$.

Так как конус катится по горизонтальной плоскости без скольжения, то скорость вращения вокруг оси ОС тех точек основания конуса, которые соприкасаются с плоскостью, равна v. Радиус окружности, по которой вращаются эти точки, равен R, поэтому угловая скорость вращения конуса вокруг оси ОС равна $\omega_2 = v/R$.

Принимая во внимание, что векторы $\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ взаимно перпендикулярны, получаем для модуля вектора полной угловой скорости конуса $\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$ выражение

$$\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} = \frac{v}{R\cos\alpha} = 2{,}3\,\text{рад/с}. \qquad (1)$$

Вектор углового ускорения конуса по определению равен

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}_1}{dt} + \frac{d\vec{\omega}_2}{dt}, \qquad (2)$$

Причем первое слагаемое в этой сумме равно нулю, так как вектор $\vec{\omega}_1$ остается неизменным, как по длине, так и по направлению. Вектор же $\vec{\omega}_2$, оставаясь неизменным по длине, вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\vec{\omega}_1$ и направлен перпендикулярно этой оси. Рассматривая $\vec{\omega}_2$ как радиус вектор некоторой точки, расположенной на его конце, приходим к выводу, что $d\vec{\omega}_2/dt$ имеет смысл линейной скорости вращения этой точки по окружности с радиусом ω_2, то есть $|d\vec{\omega}_2/dt| = \omega_1\omega_2$. В результате, угловое ускорение конуса β определяется выражением

$$\beta = \omega_1\omega_2 = (v/R)^2 tg\alpha = 2{,}3\,\text{рад/с}^2.$$

Задача_2.

Напряжение на конденсаторе C_3 равно E, следовательно его заряд равен $q_3 = C_3E = 10^{-4}$ Кл. Заряд на конденсаторах C_1 и C_2 одинаковый, а напряжения складываются, поэтому

$$\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = E\,, \qquad (1)$$

откуда

$$q_1 = q_2 = q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} E = 2 \cdot 10^{-5}\,\text{Кл}. \qquad (2)$$

Эквивалентная емкость системы конденсаторов равна

$$C = C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 12\,\text{мкФ}. \qquad (3)$$

Задача 3.

При сжатии газа внешней силой совершается работа

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{V_1}{V_2} = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{p_2}{p_1} \qquad (1)$$

где p_1 и p_2 - соответственно начальное и конечное давление. Отсюда получаем

$$\mu = \frac{mRT\ln(p_2/p_1)}{A}. \qquad (2)$$

Подставляя в эту формулу числовые значения, находим, что $\mu = 4$ кг/моль. Значит, исследуемый газ – гелий.

Используя уравнение состояния, находим первоначальный объем газа

$$V_1 = \frac{A}{p_1 \ln p_2 / p_1} = 2{,}4\,\text{м}^3. \qquad (3)$$