

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

11-класс

Уровень I, легкие вопросы

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^3 + y^3 = 1 \end{cases}$$

- A) (-1; 0), (0; -1)
- B) (1; 0), (0; 1)
- C) (0; 0), (1; 1)
- D) (0; 0), (-1; -1)
- E) (0; 0), (0; -1)

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2 + xy} + \frac{4}{y^2 + xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2 + xy} - \frac{1}{y^2 + xy} = 1 \end{cases}$$

- A) (-1; 2), (1; -2), (-3,5; 0,5), (3,5; -0,5)
- B) (1; 2), (-1; -2), (3,5; 0,5), (-3,5; -0,5)
- C) (1; 2), (-1; -2), (-3,5; 0,5), (3,5; -0,5)
- D) (-1; 2), (1; -2), (3,5; 0,5), (-3,5; -0,5)
- E) (1; 2), (3,5; 0,5)

3. При каком значении a система имеет только одно решение?

$$\begin{cases} x + y = a \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

- A) -1 и 1
- B) -2 и 2
- C) 1 и 2
- D) -2, -1, 1 и 2
- E) -2 и 1

4. При каком значении a система имеет только одно решение?

$$\begin{cases} x - y = a \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

- A) 0 и 2
- B) -2, 0 и 2
- C) -2 и 0
- D) -2 и 2
- E) 2

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + xy = -1 \\ x^2 + xy + y^2 = 3 \end{cases}$$

- A) (1; 1), (-1; -1), (2; -1), (1; -2)
- B) (1; 1), (-1; -1), (2; 2), (-2; -2)

C) $(-1; -1)$, $(-1; 2)$, $(2; -1)$

D) $(1; 1)$, $(-1; 2)$, $(2; -1)$

E) $(-1; -1)$, $(1; -2)$, $(-2; 1)$

6. Двое рабочих изготовили 131 одинаковую деталь. Из них 65 деталей изготовил первый рабочий, причем на это ему потребовалось на один день меньше чем второму. В день первый рабочий изготавливает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей изготовили рабочие за день совместной работы?

A) 13

B) 32

C) 33

D) 23

E) 24

7. С первого земельного участка было собрано 2880 ц урожая, а со второго участка, площадь которого меньше на 12 га, – 2160 ц. Известно, что с каждого гектара первого участка было собрано на 4 ц больше, чем с каждого гектара второго участка. Найдите площадь каждого участка.

A) 74 га и 58 га или 110 га и 118 га

B) 73 га и 59 га или 109 га и 119 га

C) 72 га и 60 га или 108 га и 120 га

D) 71 га и 61 га или 107 га и 121 га

E) 70 га и 62 га или 106 га и 122 га

8. В сплаве алюминия и магния содержится 22 кг алюминия. Этот сплав переплавали, добавив к нему 15 кг магния. В новом сплаве доля магния выросла на 45%. Какова масса первоначального сплава?

A) 15 кг

B) 24 кг

C) 30 кг

D) 27 кг

E) 25 кг

9. Два тела движутся по окружности в одном направлении. Одно из них совершает полный оборот на 2 с раньше другого. Известно, что они встречаются через каждые 60 с. Какую часть окружности преодолевает каждое тело за 1 с?

A) $1/10$ и $1/20$

B) $1/5$ и $1/6$

C) $1/12$ и $1/16$

D) $1/10$ и $1/12$

E) $1/14$ и $1/16$

10. Для участия в турнире по баскетболу тренер из 14 юношей отобрал 5. Известно, что определенные два юноши обязательно войдут в состав команды. Сколькими способами тренер может составить команду?

A) 320

B) 180

C) 70

D) 220

E) 140

11. Имеется 20 прямоугольников, ромбов и квадратов. Из них 14 являются ромбами, 9 – прямоугольниками. Сколько всего квадратов?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

12. В пассажирском поезде имеются 15 вагонов. Сколькими способами можно рассадить трех путников по разным вагонам?

A) 2730

B) 455

C) 45

D) 135

E) 15

13. Сколько параллелограммов может образоваться в результате пересечения n параллельных прямых с другими m параллельными прямыми?

A) $A_n^2 \cdot A_m^2$

B) $P(n) \cdot P(m)$

C) A_{nm}^4

D) $n! \cdot m!$

E) $C_n^2 \cdot C_m^2$

14. Каждый из учеников класса является либо девушкой, либо ростом меньше, чем 165 см, либо любит математику. Из 18 девушек класса 14 девушек имеет рост менее 165 см. В целом у 22 учеников класса рост менее 165 см и 12 из них любит математику. Из 18 учеников класса, любящих математику, 8 девушек. Из всех девушек с ростом менее 165 см 6 любят математику. Сколько учеников в классе?

A) 36

B) 68

C) 32

D) 17

E) 24

15. На уроке к доске были вызваны 5 учеников. Известно, что ни одна из них не получит «двойку». Сколькими способами можно поставить им оценки?

A) 125

B) 3125

C) 81

D) 243

E) 15

16. Пусть $a_p = q$, $a_q = p$. Выразите n -й член арифметической прогрессии $\{a_n\}$ через n , p и q .

A) $a_n = p - q - n$

B) $a_n = p - q + n$

C) $a_n = p + q - n$

D) $a_n = p + q + n$

Е) $a_n = q + p - n$

17. Сколько общих членов имеют арифметические прогрессии 5, 8, 11, ... и 3, 7, 11, ... при $n = 100$?

А) 27

В) 42

С) 65

Д) 25

Е) 10

18. Разложите число 195 на три слагаемых так, чтобы слагаемые образовали геометрическую прогрессию, причем первое слагаемое должно быть меньше третьего на 120

А) 15, 45, 135 или 125, -175, 245

В) 0, 75, 120 или 35, -120, 280

С) 45, -15, 165 или 25, 20, 145

Д) 120, -165, 240 или 15, 45, 135

Е) 120, -165, 240 или 35, -120, 280

19. Найдите сумму первых n членов последовательности 1, 11, 111, 1111,

А) $\frac{1}{10} \left[\frac{9(9^n - 1)}{10} - n \right]$

В) $\frac{1}{9} \left[\frac{11(11^n - 1)}{9} - n \right]$

С) $\frac{1}{10} \left[\frac{11(11^n - 1)}{10} - n \right]$

Д) $\frac{9}{10} \left[\frac{11(10^n - 1)}{10} - n \right]$

Е) $\frac{1}{10} \left[\frac{11(10^n - 1)}{10} - n \right]$

20. Найдите сумму первых n членов последовательности $a_n = 2(n + 3^{n-1}) - 3$.

А) $3n + (n + 1)^2 - 2$

В) $3n + (n - 1)^2 - 3$

С) $3n + (n + 1)^2 - 6$

Д) $2n + (n + 1)^2 - 3$

Е) $2n + (n - 1)^2 - 3$

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

11-класс

Уровень II, средние вопросы

1. Определите область значения функции

$$y = x^2 - 9|x| + x + 7$$

А) $[-9; +\infty)$

В) $(-\infty; 9]$

С) $[-18; 9]$

Д) $[-18; +\infty)$

Е) $(-\infty; 18]$

2. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x + 12}}$$

- A) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$
- B) $(-\infty; -5] \cup [5; 8)$
- C) $[-6; -4] \cup [6; 8)$
- D) $(-\infty; -4] \cup [6; +\infty)$
- E) $(-\infty; -5] \cup [-4; 8)$

3. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{36 - x^2}{x^2 - 4x - 32}}$$

- A) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$
- B) $(-\infty; -5] \cup [5; 8)$
- C) $[-6; -4] \cup [6; 8)$
- D) $(-\infty; -4] \cup [6; +\infty)$
- E) $(-\infty; -5] \cup [-4; 8)$

4. При каком значении параметра a область определения функции $y = \sqrt{x - 5} + \sqrt{ax + 9}$ будет числовым отрезком?

- A) $-1,8 < a < 0$
- B) $0 < a < 1,8$
- C) $-1,8 < a < 1,8$
- D) $a > -1,8$
- E) $a < 0$

5. Для $x = 5\sqrt{5} - 3$ найдите значение функции Дирихле

- A) 2
- B) -2
- C) 1
- D) -1
- E) 0

6. Для $x = 7,5$ найдите значение функции Дирихле

- A) 2
- B) -2
- C) 1
- D) -1
- E) 0

7. Сколько корней имеет следующее уравнение?

$$x^2 + 3x = \frac{1}{x}$$

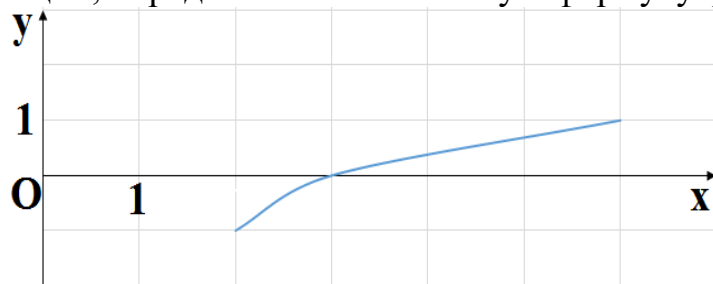
- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 0

8. Сколько корней имеет следующее уравнение?

$$x^2 - 4x = \frac{1}{x^2}$$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 0

9. По графику функции, определите аналитическую формулу функции.



- A) $y = \sqrt{x} - 2$
- B) $y = \sqrt{x - 1} - 2$
- C) $y = \sqrt{x - 2} + 1$
- D) $y = \sqrt{x - 2} - 1$
- E) $y = \sqrt{x + 2} - 1$

10. Выразите $g(x)$ так, чтобы следующая функция стала нечетной.

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x^2, & x > 0 \\ g(x), & x < 0 \end{cases}$$

- A) $g(x) = x^2 - 5$
- B) $g(x) = x^2 + 5$
- C) $g(x) = -x^2 + 5$
- D) $g(x) = -x^2 - 5$
- E) $g(x) = x^2$

11. Функция $y = f(x)$ – нечетная. При $x > 0$, для $f(x) = \sqrt{x}$ напишите формулу функции.

- A) $y = \sqrt{|x|}$
- B) $y = \operatorname{sign} x$
- C) $y = \sqrt{x}$
- D) $y = \operatorname{sign} x \cdot \sqrt{|x|}$
- E) $y = \sqrt{-x}$

12. Найдите максимум и минимум функции

$$f(x) = ||x - 2| - 2|$$

- A) $x_{\max} = 0, x_{\min} = -2, x_{\min} = -4$
- B) $x_{\max} = 2, x_{\min} = 0, x_{\min} = 4$
- C) $x_{\max} = 2, x_{\min} = -2, x_{\min} = 0$
- D) $x_{\max} = -2, x_{\min} = 0, x_{\min} = -4$

E) $x_{\max} = -2, x_{\min} = 2, x_{\min} = 4$

13. Найдите максимум и минимум функции

$$f(x) = ||x + 1| - 3|$$

A) $x_{\max} = 2, x_{\min} = -1, x_{\min} = -4$

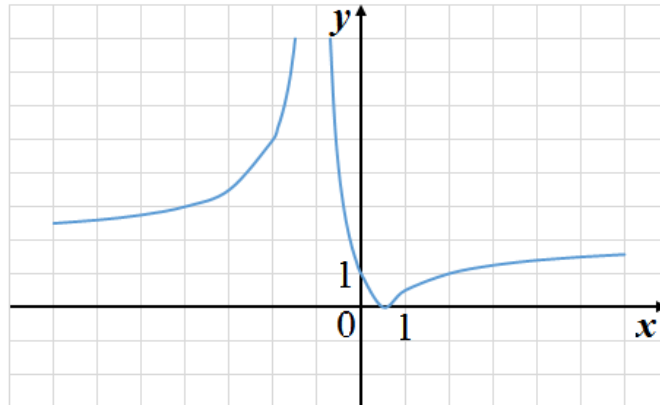
B) $x_{\max} = -1, x_{\min} = -2, x_{\min} = -4$

C) $x_{\max} = -1, x_{\min} = 2, x_{\min} = -4$

D) $x_{\max} = 1, x_{\min} = -2, x_{\min} = -4$

E) $x_{\max} = 4, x_{\min} = 2, x_{\min} = -4$

14. На рисунке дана график функции $f(x)$. Если функция проходит через точку $A(2; 1)$, запишите аналитическую формулу функции.



A) $f(x) = \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$

B) $f(x) = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

C) $f(x) = \left| \frac{x-1}{2x+1} \right|$

D) $f(x) = \left| \frac{2x-1}{x-1} \right|$

E) $f(x) = \left| \frac{2x-1}{x+1} \right|$

15. Даны функций $f(x) = x^2 - 2$ и $g(x) = \frac{1}{x+2}$. Запишите формулу функции $y = f(x-2) - g(x^2)$.

A) $y = x^2 - 2 - \frac{1}{x^2+2}$

B) $y = x^2 - 4x - \frac{1}{x^2+2} + 2$

C) $y = x^2 - 4 - \frac{1}{x^2+2}$

D) $y = x^2 - 4x - \frac{1}{x^2+4x+4} + 2$

E) $y = x^2 - 4x - \frac{1}{x^2+2} + 4$

16. Сколько корней имеет следующее уравнение?

$$2 - x^2 = \cos x$$

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

17. Сколько корней имеет следующее уравнение?

$$2x^2 - 4x = 2 \cos x$$

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

18. Найдите точки максимума и минимума функции

$$f(x) = ||x + 2| - 4|$$

A) $x_{\max} = 2, x_{\min} = -2, x_{\min} = -6$

B) $x_{\max} = -2, x_{\min} = 2, x_{\min} = 6$

C) $x_{\max} = 6, x_{\min} = 2, x_{\min} = -6$

D) $x_{\max} = 6, x_{\min} = -2, x_{\min} = -6$

E) $x_{\max} = -2, x_{\min} = 2, x_{\min} = -6$

19. Вычислите

$$\cos\left(\operatorname{arctg} 2 - \arccos \frac{1}{5}\right)$$

A) $\frac{\sqrt{5}(1+4\sqrt{6})}{5}$

B) $\frac{\sqrt{5}(1+4\sqrt{6})}{25}$

C) $\frac{\sqrt{5}(1-4\sqrt{6})}{5}$

D) $\frac{\sqrt{5}(1-4\sqrt{6})}{25}$

E) $\frac{\sqrt{6}(1+4\sqrt{5})}{25}$

20. Решите уравнение

$$4 \operatorname{arctg} x - 6 \operatorname{arccotg} x = \pi$$

A) $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{5}$

B) $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{5}$

C) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$

D) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}$

E) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{2}$

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

11-класс

Уровень III, сложные вопросы

1. Вычислите неопределенный интеграл

$$\int \left(\sin(2 - x) + \frac{1}{\cos^2 5x} \right) dx$$

A) $\cos(x - 2) + \operatorname{tg} 5x + C$

B) $\cos(2 - x) + \frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$

C) $\cos(2 - x) + \operatorname{tg} 5x + C$

D) $\cos(x - 2) - \frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$

E) $\cos(x - 2) + \frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$

2. Вычислите неопределенный интеграл

$$\int \cos^3 x \cdot \sin x \, dx$$

A) $\frac{\sin^4 x}{4}$

B) $-\frac{\sin^4 x}{4}$

C) $\frac{\cos^4 x}{4}$

D) $-\frac{\cos^4 x}{4}$

E) $3\sin^3 x$

3. Найдите производной функции

$$y = \operatorname{tg}^5 x + x^2$$

A) $\frac{5 \operatorname{tg}^4 x}{\cos^2 x} + 2x$

B) $\frac{5 \operatorname{tg}^4 x}{\cos^2 x} - 2x$

C) $\frac{\operatorname{tg}^6 x}{6} + \frac{x^3}{3}$

D) $\frac{\operatorname{tg}^6 x}{6} - \frac{x^3}{3}$

E) $\frac{5 \operatorname{tg}^4 x}{\cos^2 x} + 3x^3$

4. Найдите производной функции

$$y = \cos^2 2x - 2x$$

A) $-4 \sin 2x - 2$

B) $-4 \sin 2x + 2$

C) $4 \sin 2x - 2$

D) $2 \sin 4x - 2$

E) $-2 \sin 4x - 2$

5. Найдите производной функции

$$y = x^3 \sin 2x$$

A) $2x^3 \sin 2x - 3x^2 \cos 2x$

B) $2x^3 \sin 2x + 3x^2 \cos 2x$

C) $3x^2 \sin 2x - 2x^3 \cos 2x$

D) $3x^2 \sin 2x + 2x^3 \cos 2x$

E) $3x^3 \sin 2x - 3x^3 \cos 2x$

6. Найдите производной функции

$$y = (x^{-2} - 1) \sin^2 x^2$$

A) $4x(x^{-2} - 1) \sin 2x^2 + 2x^{-3} \sin^2 x^2$

B) $4x(x^{-2} - 1) \sin 2x^2 - 2x^{-3} \sin^2 x^2$

C) $4x(x^{-2} - 1) \sin 2x^2 + 2x^{-2} \sin^2 x^2$

D) $2x(x^{-2} - 1) \sin 2x^2 + 2x^{-3} \sin^2 x^2$

E) $2x(x^{-2} - 1) \sin 2x^2 - 2x^{-3} \sin^2 x^2$

7. Вычислите площадь фигуры, ограниченной осью Ox и графиком функции $y = -x^2 + x + 6$

A) $\frac{125}{6}$

B) $\frac{125}{3}$

C) 0

D) $\frac{18}{5}$

E) $\frac{173}{6}$

8. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0$ и $y = -2(x - 3)^2 + 2$

A) $\frac{6}{3}$

B) $\frac{7}{3}$

C) $\frac{8}{3}$

D) 3

E) $\frac{10}{3}$

9. При каком значении d площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \cos 5x$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{30}$ и $x = d$ ($d < \frac{\pi}{30}$) будет равна 0,2?

A) $\frac{\pi}{60}$

B) $\frac{\pi}{120}$

C) 0

D) $-\frac{\pi}{60}$

E) $-\frac{\pi}{30}$

10. Вычислите площадь фигуры, ограниченной касательной, проведенной к графику функции $y = 4,5 - 0,5x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$, прямой $x = -2$ и осью Ox .

A) 12

B) 24,5

C) 49

D) 24

E) 98

11. Вычислите

$$\int_0^{\pi} \sin 2x \cos 3x dx$$

A) $\frac{5}{4}$

B) $-\frac{5}{4}$

C) $\frac{4}{5}$

D) $-\frac{4}{5}$

E) 0

12. Вычислите

$$\int_0^1 (2x + 3)^3 dx$$

A) 47

B) 54

C) 68

D) 72

E) 95

13. Вычислите

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{(6x - 1)^4}$$

A) $\frac{19}{343}$

B) $-\frac{19}{343}$

C) $\frac{28}{343}$

D) $-\frac{28}{343}$

E) $-\frac{29}{343}$

14. Вычислите

$$\int_2^{12} \frac{dx}{\sqrt{3x - 1}}$$

A) $-\frac{2(\sqrt{35}+\sqrt{5})}{3}$

B) $\frac{2(\sqrt{35}+\sqrt{5})}{3}$

C) $-\frac{2(\sqrt{35}-\sqrt{5})}{3}$

D) $\frac{2(\sqrt{35}-\sqrt{5})}{3}$

E) $-\frac{2}{3}$

15. Вычислите

$$\int_{-3}^{-2} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 1} dx$$

A) $\frac{7}{2}$

B) $-\frac{7}{2}$

- С) $\frac{7}{3}$
 D) $-\frac{7}{3}$
 E) $\frac{2}{3}$

16. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 - 2x + 1$ и графиком ее производной.

- A) 0
 B) $\frac{1}{6}$
 C) $\frac{4}{3}$
 D) 1
 E) $\frac{20\sqrt{5}}{3}$

17. Найдите промежутки монотонности функции $y = 2 + 2x^2 - x^4$

- A) $(-\infty; -1]$ и $[-1; 0]$ – возрастает, $[-1; 1]$ и $[1; +\infty)$ – убывает
 B) $(-\infty; -1]$ и $[-1; 0]$ – убывает, $[0; 1]$ и $[1; +\infty)$ – возрастает
 C) $(-\infty; -1]$ и $[-1; 0]$ – возрастает, $[0; 1]$ и $[1; +\infty)$ – убывает
 D) $(-\infty; -1]$ и $[0; 1]$ – убывает, $[-1; 0]$ и $[1; +\infty)$ – возрастает
 E) $(-\infty; -1]$ и $[0; 1]$ – возрастает, $[-1; 0]$ и $[1; +\infty)$ – убывает

18. Найдите асимптоты графика функции

$$y = \frac{2x^3}{1 - x^2}$$

- A) $x = -1$, $x = 1$ и $y = 2$
 B) $x = 1$, $x = 2$ и $y = -1$
 C) $x = -2$, $x = 2$ и $y = 1$
 D) $x = -1$, $x = 1$ и $y = -2$
 E) $x = -2$, $x = 1$ и $y = -1$

19. Найдите выброчное среднее квадратическое отклонение, используя данные таблицы интервальной относительной частоты вариант

Интервалдар	[0; 6)	[6; 12)	[12; 18)	[18; 24]
n_i	4	6	6	4
$\frac{n_i}{n}$	0,2	0,3	0,3	0,2

- A) 0,0036
 B) 2,07
 C) 6,03
 D) 39,8
 E) 1

20. Вычислите

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (18x^2 - \sin 2x) dx$$

A) $\frac{\pi^3}{36} + \frac{1}{4}$

B) $\frac{\pi^3}{36} - \frac{1}{4}$

C) $\frac{\pi^2}{36} + \frac{1}{4}$

D) $\frac{\pi^2}{36} - \frac{1}{4}$

E) $\frac{\pi^3}{216} - \frac{1}{4}$