

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

10-класс

Уровень I, легкие вопросы

1. Найдите все целые k , для которых k^5+3 делится на k^2+1 .
A) -2, 0, 2
B) -3, -1, 0, 1, 2
C) -5, -2, 2, 5
D) все четные числа
E) все нечетные числа
2. Найдите натуральное число n такое, что каждое из чисел $n, n+1, n+2, \dots, n+20$ имеет с числом $30030=2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ общий делитель, больший единицы.
A) 3030
B) 12120
C) 1
D) 500
E) 9440
3. Сколько существует целых положительных чисел, меньших 1000, которые записываются различными цифрами?
A) 738
B) 84
C) 500
D) 450
E) 156
4. Найдите все целые числа n , для которых модуль значения трёхчлена $n^2 - 7n + 10$ будет простым числом.
A) 5
B) 2
C) 11
D) 1
E) 7
5. Найдите сумму $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2014}+\sqrt{2015}}$
A) 0
B) 1
C) $\sqrt{2015} - 1$
D) $1 - \frac{1}{\sqrt{2015}}$
E) 2
6. Решите в целых числах уравнение $x + y = x^2 - xy + y^2$
A) (0; 0), (0; 1), (1; 0), (1; 2), (2; 1), (2; 2).
B) (3; 1), (1; 3)

- C) (5; 0), (0; 5), (0; 0)
- D) (2; 4), (4; 2)
- E) (1; 3), (3; 1), (3; 3).

7. Разложить на множители $x^5 + x + 1$

- A) $(x+1)(x^4-1)$
- B) $(x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$
- C) $(x^2 - x + 1)(x^3 + x^2 - 1)$
- D) $(x-1)(x^4-x+1)$
- E) $(x+1)(x^3-1)$

8. Сколько корней имеет уравнение?

$$(7\sqrt{10} + 5\sqrt{11})x^2 - (10\sqrt{10} + 13\sqrt{11})x + 4\sqrt{10} + 7\sqrt{11} = 0$$

- A) 0
- B) 1
- C) 3
- D) 4
- E) 2

9. Обычная игральная кость имеет на своих гранях числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ее бросают случайным образом до тех пор, пока сумма выпавших за время бросания очков не превысит числа 12. Какая общая сумма очков будет наиболее вероятной?

- A) 1
- B) 13
- C) 24
- D) 36
- E) 48

10. Два продавца разговаривали о числе своих яиц: первый сказал другому, что ежели мне дашь 13 своих яиц, то у меня будет вдвое больше твоего; другой сказал первому, что когда ты мне дашь 12 своих яиц, то у меня будет втрое больше твоего. Спрашивается, сколько у первого продавца яиц было?

- A) 27
- B) 33
- C) 40
- D) 12
- E) 9

11. Один богатый купец нанял работника на год с таким договором, чтобы каждый день, в который он будет работать, давать ему по 12 долларов, а за нерабочий день вычитать по 8 долларов. По прошествии года хозяин с работником взаимно должны не были. Надлежит знать, сколько в году было рабочих дней?

- A) 254
- B) 308
- C) 146
- D) 82
- E) 189

12. Три наследника разделили между собою имение. Первому досталось $\frac{1}{3}$ часть всего имения, второму $-\frac{1}{7}$ часть, третьему $-\frac{2}{9}$ часть всего имения. Оставшиеся затем 342 тг отданы на содержание бедных. Спрашивается, сколько денег всего в имение было вложено?

- A) 2000
- B) 1134
- C) 1890
- D) 5698
- E) 938

13. Упростите выражение: $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$.

- A) $4^{-2,6}$;
- B) $\sqrt{3}$.
- C) $3^{-4,25}$;
- D) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$;
- E) 1

14. Найдите сумму первых 10 членов арифметической прогрессии, если известно, что $a_3=3$, $a_8=10$.

- A) 35
- B) 110
- C) 65
- D) 45
- E) 56

15. В январе цена на яблоки повысили на 30%, а в феврале повышение цены составило 20%. На сколько повысили цену яблок за два месяца?

- A) 56%;
- B) 51%;
- C) 50%;
- D) 52%;
- E) 53%.

16. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 4,5 \end{cases}$$

- A) (2;-1);
- B) (-2;3);
- C) (-1;0);
- D) (1;2);
- E) (7;4).

17. Найдите область значения функции: $y = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 + 5}}$

- A) $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$
- B) $(-\infty; -5] \cup [9; +\infty)$
- C) $(-\infty; \sqrt{5}] \cup [3; +\infty)$
- D) Решения нет
- E) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$

18. ABCD трапеция, диагонали AC и BD пересекаются в точке O, AO:OC=3:1. Найдите основания трапеции, если известно что средняя линия равно 24.

- A) 11,35;
- B) 12,36;
- C) 11,37;
- D) 10,30;
- E) 12,38.

19. Сторона треугольника 2 см, а смежные углы 30° и 45° . Найдите другую сторону треугольника.

- A) $2\sqrt{3}$
- B) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
- C) 1
- D) $2\sqrt{3} - 2$
- E) $\sqrt{2}$

20. Упростите выражение: $\cos(\alpha - \beta) + \sin(-\alpha)\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta$

- A) $2\cos\alpha\cos\beta$
- B) $-2\sin\alpha\sin\beta$
- C) 0
- D) $-2\sin\alpha\cos\beta$
- E) 1

10-класс
Уровень II, средние вопросы

21. Известно, что арифметическая прогрессия $a_{11}=23$, $a_{21}=43$. Найдите сумму первых десяти членов этой прогрессии:

- A) 120
- B) 100
- C) 140
- D) 150
- E) 130

22. Найдите двенадцатый член арифметической прогрессии, если первый член равен 5, а разность равна 3:

- A) 36
- B) 33
- C) 38
- D) 35
- E) 30

23. Если $a_7=17$, $d=4$, то к чему равно a_{11} ?

- A) -36
- B) 20
- C) 36
- D) -33
- E) 33

24. Если в геометрической прогрессии $b_5=20$ и $q=2$, то к чему равна первый член геометрической прогрессии?

- A) $5/4$
- B) $4/5$
- C) $3/5$
- D) $1/4$
- E) $3/4$

25. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, в которой $b_5=-13$ и $b_6=52$:

- A) 3
- B) -4
- C) -3
- D) 5
- E) 4

26. Если в геометрической прогрессии $b_1=5$ и $q=2$, тогда найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии:

- A) 1285

- B) 1265
- C) 1268
- D) 1275
- E) 1272

27. Масса волка 64 кг. Масса барсука составляет 48% волчьих масс. Найдите массу барсука.

- A) 34
- B) 31
- C) 30
- D) 36
- E) 28

28. Флакон содержит 15 апельсинов и 30 яблок. Найдите отношение количества апельсинов в этой банке к количеству яблок.

- A) $\frac{3}{4}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{1}{3}$
- D) 1
- E) 2

29. Решить систему неравенств $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 3 \end{cases}$

- A) $x \in (-1; 3)$
- B) $x \in (-1; 3]$
- C) $x \in [-1; 3)$
- D) $x \in [-1; 3]$
- E) $x \in (-1; +\infty]$

30. Решить систему неравенств $\begin{cases} 17x - 2 > 12x - 1 \\ 3 - 9x < 1 - x \end{cases}$

- A) $x \in (-\infty; -1,5)$
- B) $x \in [1,5; +\infty)$
- C) $x \in (1/13; 9)$
- D) $x \in (1/4; +\infty)$
- E) $x \in [-1; 3]$

31. Решите неравенство: $x - 1 > \frac{4x}{3 - x}$

- A) $x < 3$
- B) $x = 3$
- C) $x > 3$
- D) $x < 1$
- E) $x > 1$

32. Если x_1 и x_2 являются корнями квадратной уравнения $x^2 - 10x + 22 = 0$, то найдите значение $x_1x_2^2 + x_1^2x_2$:

- A) 120
- B) -120
- C) 220
- D) -220
- E) 5

33. Решение неравенства $\frac{x+1}{x-2} \leq 0$:

- A) $[-1; 2)$
- B) $x \geq 2$
- C) $[-2; -8]$
- D) $[2; +\infty)$
- E) $[3; 16]$

34. Решите уравнение: $x^2 + 2x - 3|x+1| + 3 = 0$

- A) $x \in \{-3\} \cup \{-2\} \cup \{0\} \cup \{1\}$
- B) $x \in \{-3\} \cup \{-2\}$
- C) $x \in \{0\} \cup \{1\}$
- D) $x \in \{3\} \cup \{-2\} \cup \{0\} \cup \{1\}$
- E) $x \in [-3; 2] \cup [0; 1]$

35. Решите уравнение: $\frac{\sqrt{(2x+4)^2}}{2x+4} + 1 = 0$

- A) $x > -2$
- B) $x \leq -2$
- C) $x \geq -2$
- D) $x = 1$
- E) $x < -2$

36. Решите уравнение: $|2x+3| + |3x-4| = 5x-1$

- A) $x \in (-\infty; -3/2) \cup (3/2; +\infty)$
- B) $x \in (-\infty; +\infty)$
- C) $x \in (-\infty; -3/2)$
- D) $x \leq -4/3$
- E) $x \in [4/3; +\infty)$

37. Неравенство $|f| \leq |\varphi|$ эквивалентно:

- A) $f < \varphi$
- B) $f \leq \varphi$
- C) $|f| \leq \varphi$
- D) $f^2 < \varphi^2$

Е) $f^2 > \varphi$

38. Упростите выражение

$$\left(\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\right)^2 + \left(\cos(2\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right)^2$$

- А) 4
- В) 0
- С) 1
- Д) 2
- Е) π

39. Преобразовать выражение

$$\operatorname{tg}(-\alpha) \cos \alpha + \sin \alpha$$

- А) 3
- В) 2
- С) 1
- Д) 0
- Е) -1

40. Найдите наибольшее значение выражения

$$1 - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

- А) 0
- В) 1
- С) 2
- Д) 3
- Е) 4

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

10-класс

Уровень III, сложные вопросы

41. Сколько трехзначных целых положительных чисел, цифры которых расположены в порядке возрастания?

- А) 45
- В) 84
- С) 500
- Д) 734
- Е) 96

42. Найти все натуральные числа n , для которых каждое из шести чисел $n + 1$, $n + 3$, $n + 7$, $n + 9$, $n + 13$ и $n + 15$ является простым.

- А) 7
- В) 11
- С) 4
- Д) 1

Е) 3

43. Вычислите сумму: $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$

А) 1

В) $\frac{1}{4n+1}$

С) $\frac{n}{4n-3}$

Д) $\frac{n}{4n+1}$

Е) 0

44. Найдите простые решения уравнения: $x^2 - 7x - 144 = y^2 - 25y$

А) (1; 5), (5, 1)

В) (0,0), (7,3), (3,7)

С) (2; 11), (3; 13), (5; 11), (11; 5), (13; 3).

Д) (0, 1)

Е) (1, 2), (7, 11)

45. Разделите на множители: $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$

А) $(a - b)(b + c)(c - a)$

В) $3(a - b)(b - c)(c - a)$

С) $(a - b - c)(c - a + b)$

Д) $(3b - c)(c - 3a)$

Е) 1

46. найдите значения a и b так, чтобы многочлен $x^4 + x^3 + 2x^2 + ax + b$ был полным квадратом.

А) $a = 1, b = 1$

В) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$

С) $a = \frac{7}{8}, b = \frac{49}{64}$

Д) $a = \frac{1}{8}, b = \frac{1}{64}$

Е) $a = -1, b = 0$

47. Два разных порошка были смешаны, чтобы приготовить 28 граммов лекарства. некоторого лекарства смешали два сорта порошков. Каждый грамм первого порошка стоит 9 долларов, а $3\frac{1}{2}$ грамма второго порошка – 7 долларов. От приготовления лекарства выпало 3 доллара 8 центов, из которых 40% стоило бы увидеть над лекарством. Сколько граммов каждого порошка было куплено, если на приготовление лекарства было потрачено 24 доллара?

А) 24 и 42

В) 32 и 12

С) 4 и 28

- D) 20 и 8
- E) 10 и 30

48. Когда его спросили о возрасте ученика, он ответил: «я в два раза моложе мамы и в три раза моложе отца. А если прибавить к сумме нашей молодежи 4 года, получится ровно 100 лет». Сколько лет было ученику?

- A) 12
- B) 16
- C) 10
- D) 11
- E) 14

49. Одна девушка попросила портного принести тюки пряжи и подготовить ткань. Портной сказал ему, что «если ему понадобится четверть ткани из 100 Аршинов, ему понадобится еще 5 пачек, а если ему понадобится пятая часть ткани, 5 пачек останется». Сколько пачек пряжи принесли портному?

- A) 45
- B) 50
- C) 55
- D) 25
- E) 35

50. Упростите выражение:
$$\frac{\left(\sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3} \cdot \frac{\left(\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2 b}}\right)^4}{\left(\sqrt[3]{a \sqrt{b}}\right)^6}.$$

- A) $\frac{1}{\sqrt{a^2 b}};$
- B) $\sqrt{ab}.$
- C) $\sqrt{a^4 \sqrt{b}};$
- D) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2 b}}$
- E) 1

51. Алтын купила 4 книги. Стоимость трех книг, кроме первой книги 48 тенге, кроме второй - 46 тенге, кроме третьей книги - 42 тенге, кроме четвертой - 38 тенге. Сколько стоит первая книга?

- A) 12;
- B) 16;
- C) 10;
- D) 20;
- E) 24

52. Решите: $x^2 - 3(x - 2) + 2x - 12 = 0$.

- A) $\{2; 3\}$
- B) $\{-2; 3\}$
- C) $\{-3; 2\}$
- D) $\{-3; -2\}$
- E) 0

53. Найдите радиус окружности, который равен сумме длин двух окружностей, длина радиуса которых равна 11 см и 47 см:

- A) 61;
- B) 36;
- C) 116;
- D) 94;
- E) 58.

54. Глубина колодца 18 м. падающая в колодец жаба днем поднимается выше 5 м, а ночью опускается ниже 3 м. Через сколько дней жаба выйдет из колодца?

- A) 18
- B) 8
- C) 6
- D) 36
- E) 22

55. Число a делится на 5. когда вы делите число b на 5, остается остаток 1, а когда вы делите число c на 5, остается остаток 2. какой остаток остается при делении суммы $a+b+c$ на 5?

- A) 3
- B) 1
- C) 2
- D) 4
- E) 5

56. Решите уравнение: $\cos 30^\circ + x = \cos 60^\circ + \cos 90^\circ$.

- A) 0
- B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$
- D) 1
- E) -1

57. Решите уравнение: $2\sin 3x \cdot \cos 3x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

- A) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in Z$
- B) $(-1)^k \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{6}, \quad k \in Z$
- C) $(-1)^k \frac{3\pi}{2} + 6\pi k, \quad k \in Z$
- D) $\pi n, \quad n \in Z$
- E) 1

58. Найти скорость движения прямой линии по закону $S(t) = 3t^2 + 8t - 10$ в момент времени $t_0 = 3$.

- A) 16
- B) 14
- C) 41
- D) 32
- E) 26

59. Найти критические точки функции $f(x) = x^2 - 3x + 2$

- A) 1, 2
- B) $\frac{3}{2}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) -1, 2
- E) 0

60. Опишите функцию $f(x) = 3x^4 - x^2 + 5$

- A) Четная
- B) Нечетная
- C) Периодическая
- D) Функция общего вида
- E) Степенная