

# ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

## 11-класс

### Уровень I, легкие вопросы

1. Найдите область определения функции

$$y = 2 \arccos \frac{2}{x+2}$$

- A)  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$
- B)  $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$
- C)  $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$
- D)  $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
- E)  $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$

2. Найдите область определения функции

$$y = \arcsin \frac{1}{x-2}$$

- A)  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$
- B)  $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$
- C)  $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$
- D)  $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
- E)  $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$

3. Найдите область определения функции

$$y = 2 - \arccos \frac{1}{x-1}$$

- A)  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$
- B)  $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$
- C)  $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$
- D)  $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
- E)  $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$

4. При каком значении  $a$  выражение  $\arcsin(2 - a)$  имеет смысл?

- A)  $[-1; 1]$
- B)  $[-2; 2]$
- C)  $0$
- D)  $[3; 5]$
- E)  $[1; 3]$

5. Решите уравнение

$$\operatorname{arctg}(x^2 - 9) = \operatorname{arctg} 8x$$

- A) 9 и 8
- B) 9 и -8
- C) 9 и 1
- D) 9 и -1
- E) 8 и 1

6. Сторона треугольника 2 см, а смежные углы  $30^\circ$  и  $45^\circ$ . Найдите другую сторону треугольника.

A)  $2\sqrt{3}$

B)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

C) 1

D)  $2\sqrt{3} - 2$

E)  $\sqrt{2}$

7. Упростите:  $\cos(\alpha - \beta) + \sin(-\alpha)\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta$

A)  $2\cos\alpha\cos\beta$

B)  $-2\sin\alpha\sin\beta$

C) 0

D)  $-2\sin\alpha\cos\beta$

E) 1

8. Известно что  $a_{11}=23$ ,  $a_{21}=43$  в арифметической прогрессии. Найдите сумму первых 10 членов этой прогрессии:

A) 120

B) 100

C) 140

D) 150

E) 130

9. Первый член арифметической прогрессии равна 5, а разность 3. Найдите 12 член этой прогрессии:

A) 36

B) 33

C) 38

D) 35

E) 30

10. Если  $a_7=17$ ,  $d=4$ , тогда к чему равна  $a_{11}$ ?

A) -36

B) 20

C) 36

D) -33

E) 33

11. Если в геометрической прогрессии  $b_5=20$  и  $q=2$ , найдите первый член этой прогрессии.

A)  $5/4$

B)  $4/5$

C)  $3/5$

D)  $1/4$

E)  $3/4$

12. Найдите разность геометрической прогрессии в котором  $b_5=-13$  и  $b_6=52$ :

A) 3

B) -4

C) -3

D) 5

E) 4

13. Если в геометрической прогрессии  $v_1=5$  и  $q=2$ , найдите сумму первых восемь членов этой прогрессии:

A) 1285

B) 1265

C) 1268

D) 1275

E) 1272

14. Масса волка 64 кг. Масса барсука составляет 48% массы волка. Найдите массу барсука.

A) 34

B) 31

C) 30

D) 36

E) 28

15. В таре 15 апельсинов и 30 яблок. Найдите соотношение количество апельсинов к количеству яблок

A)  $3/4$

B)  $1/2$

C)  $1/3$

D) 1

E) 2

16. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

A)  $x \in (-1; 3)$

B)  $x \in (-1; 3]$

C)  $x \in [-1; 3)$

D)  $x \in [-1; 3]$

E)  $x \in (-1; +\infty]$

17. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 17x - 2 > 12x - 1 \\ 3 - 9x < 1 - x \end{cases}$$

A)  $x \in (-\infty; -1,5)$

B)  $x \in [1,5; +\infty)$

C)  $x \in (1/13; 9)$

D)  $x \in (1/4; +\infty)$

E)  $x \in [-1; 3]$

18. Решить неравенство:

$$x - 1 > \frac{4x}{3 - x}$$

A)  $x < 3$

B)  $x = 3$

- C)  $x > 3$
- D)  $x < 1$
- E)  $x > 1$

19. Если  $x_1$  и  $x_2$  - корни квадратного уравнения  $x^2 - 10x + 22 = 0$ , найдите  $x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2$ :

- A) 120
- B) -120
- C) 160
- D) -220
- E) 5

20. Решить неравенство:  $\frac{x+1}{x-2} \leq 0$

- A)  $[-1; 2)$
- B)  $x \geq 2$
- C)  $[-2; -8]$
- D)  $[2; +\infty)$
- E)  $[3; 16]$

### Уровень II, средние вопросы

21. Сколько трехзначных целых положительных чисел, цифры которых расположены в порядке возрастания?

- A) 45
- B) 84
- C) 500
- D) 734
- E) 96

22. Найдите все натуральные числа  $n$  так, чтобы каждое из чисел  $n + 1$ ,  $n + 3$ ,  $n + 7$ ,  $n + 9$ ,  $n + 13$  и  $n + 15$  было простым числом.

- A) 7
- B) 11
- C) 4
- D) 1
- E) 3

23. Вычислить:  $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$

- A) 1
- B)  $\frac{1}{4n+1}$
- C)  $\frac{n}{4n-3}$
- D)  $\frac{n}{4n+1}$
- E) 0

24. Найдите все простые решения уравнения:  $x^2 - 7x - 144 = y^2 - 25y$

- A) (1; 5), (5, 1)
- B) (0,0), (7,3), (3,7)
- C) (2; 11), (3; 13), (5; 11), (11; 5), (13; 3).
- D) (0, 1)
- E) (1, 2), (7, 11)
- A)

25. Разложите на множители:  $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$

- A)  $(a - b)(b + c)(c - a)$
- B)  $3(a - b)(b - c)(c - a)$
- C)  $(a - b - c)(c - a + b)$
- D)  $(3b - c)(c - 3a)$
- E) 1

26. Найдите значения  $a$  и  $b$ , где многочлен  $x^4 + x^3 + 2x^2 + ax + b$  будет полным квадратом.

- A)  $a = 1, b = 1$
- B)  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$
- C)  $a = \frac{7}{8}, b = \frac{49}{64}$
- D)  $a = \frac{1}{8}, b = \frac{1}{64}$
- E)  $a = -1, b = 0$

27. Для приготовления 28 граммов некоторого лекарства смешали два сорта порошков.

Каждый грамм одного сорта стоил самому аптекарю 9 долларов, а  $3\frac{1}{2}$  грамма другого – 7 долларов. За лекарство, приготовление его и прочее было получено 3 доллара 8 центов, считая в этом числе и 40% прибыли. Сколько граммов каждого сорта порошков пошло на составление этого лекарства, если приготовление его и прочее стоило аптекарю 24 долларов?

- A) 24 и 42
- B) 32 и 12
- C) 4 и 28
- D) 20 и 8
- E) 10 и 30

28. Ученик на вопрос, сколько ему лет, отвечал: «Я вдвое моложе моей матери и втрое моложе моего отца, а если к сумме наших лет прибавить 4 года, то выйдет ровно 100 лет». Сколько было лет ученику?

- A) 12
- B) 16
- C) 10
- D) 11
- E) 14

29. Одна женщина принесла мотки ниток ткачу и просила изготовить из них холст. Ткач сказал ей, что если она хочет иметь четверть от 100 аршин холста, то должна еще принести 5 мотков; если же желает иметь  $\frac{1}{5}$  часть от 100 аршин, то может взять обратно 5 мотков. Сколько мотков принесено ткачу?

- A) 45
- B) 50
- C) 55
- D) 25
- E) 35

30. Упростите выражение:  $\frac{\left(\sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2 b}}\right)^4}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3 \cdot \left(\sqrt[3]{a \sqrt{b}}\right)^6}.$

- A)  $\frac{1}{\sqrt{a^2 b}};$
- B)  $\sqrt{ab}.$
- C)  $\sqrt{a^4 \sqrt{b}};$
- D)  $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2 b}}$
- E) 1

31. Амина купила 4 книги. Цена всех книг, кроме первой 48 тенге, кроме второй - 46 тенге, кроме третьей - 42 тенге, кроме четвертой - 38 тенге. Сколько стоит первая книга?

- A) 12;
- B) 16;
- C) 10;
- D) 20;
- E) 24

32. Решите уравнение:  $x^2 - 3(x - 2) + 2x - 12 = 0.$

- A)  $\{2; 3\}$
- B)  $\{-2; 3\}$
- C)  $\{-3; 2\}$
- D)  $\{-3; -2\}$
- E) 0

33. Найдите радиус окружности, длина которого равна сумме длин двух окружностей, с радиусами 11 см и 47 см.

- A) 61;
- B) 36;
- C) 116;
- D) 94;
- E) 58.

34. Глубина колодца 18 м. Лягушка упавшая в колодец, днем карабкается вверх на 5 м, а утром опускается вниз на 3 м. Через сколько дней лягушка выберется наружу?

- A) 18
- B) 9
- C) 6
- D) 36
- E) 22

35. Число  $a$  делится на 5. Если число  $b$  разделить на 5 остается 1. Если число  $c$  разделить на 5 остается 2. Какой остаток останется, если сумму  $a+b+c$  разделить на 5?

- A) 3
- B) 1
- C) 2
- D) 4
- E) 5

36. Решите уравнение:  $\cos 30^\circ + x = \cos 60^\circ + \cos 90^\circ$ .

- A) 0
- B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C)  $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$
- D) 1
- E) -1

37. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 3x + 2 < 7x - 4 \\ -\frac{x}{3} \geq -1 \end{cases}$$

- A) (1,5;3)
- B) [1,5;3)
- C) (1,5;3]
- D) [1,5;3]
- E) [-1,5;-3)

38. Найдите скорость тела движущий по закону  $S(t) = 3t^2 + 8t - 10$  зацы в момент времени  $t_0 = 3$ .

- A) 16
- B) 14
- C) 41
- D) 32
- E) 35

39. Найдите критические точки функции  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

- A) 1, 2
- B)  $\frac{3}{2}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D) -1, 2
- E) 0

40. Опишите функцию:  $f(x) = 3x^4 - x^2 + 5$

- A) Четная
- B) Не четная
- C) Периодическая
- D) Функция общего вида
- E) Показательная

**11-класс****Уровень III, сложные вопросы**

41. Вычислите неопределенный интеграл

$$\int \left( \sin(2 - x) + \frac{1}{\cos^2 5x} \right) dx$$

- A)  $\cos(x - 2) + \operatorname{tg} 5x + C$
- B)  $\cos(2 - x) + \frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$
- C)  $\cos(2 - x) + \operatorname{tg} 5x + C$
- D)  $\cos(x - 2) - \frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$
- E)  $\cos(x - 2) + \frac{1}{5} \operatorname{tg} 5x + C$

42. Вычислите неопределенный интеграл

$$\int \cos^3 x \cdot \sin x \, dx$$

- A)  $\frac{\sin^4 x}{4}$
- B)  $-\frac{\sin^4 x}{4}$
- C)  $\frac{\cos^4 x}{4}$
- D)  $-\frac{\cos^4 x}{4}$
- E)  $3\sin^3 x$

43. Найдите производную функции

$$y = \operatorname{tg}^5 x + x^2$$

- A)  $\frac{5 \operatorname{tg}^4 x}{\cos^2 x} + 2x$
- B)  $\frac{5 \operatorname{tg}^4 x}{\cos^2 x} - 2x$
- C)  $\frac{\operatorname{tg}^6 x}{6} + \frac{x^3}{3}$
- D)  $\frac{\operatorname{tg}^6 x}{6} - \frac{x^3}{3}$
- E)  $\frac{5 \operatorname{tg}^4 x}{\cos^2 x} + 3x^3$

44. Найдите производную функции

$$y = \cos^2 2x - 2x$$

- A)  $-4 \sin 2x - 2$
- B)  $-4 \sin 2x + 2$
- C)  $4 \sin 2x - 2$
- D)  $2 \sin 4x - 2$
- E)  $-2 \sin 4x - 2$

45. Найдите производную функции

$$y = x^3 \sin 2x$$

- A)  $2x^3 \sin 2x - 3x^2 \cos 2x$
- B)  $2x^3 \sin 2x + 3x^2 \cos 2x$
- C)  $3x^2 \sin 2x - 2x^3 \cos 2x$
- D)  $3x^2 \sin 2x + 2x^3 \cos 2x$
- E)  $3x^3 \sin 2x - 3x^3 \cos 2x$



46. Найдите производную функции  $y = (x^2 + 1) \sin x^2$

- A)  $2x + 2x^2 \cos x^2$
- B)  $2x + 2x^3 \sin x^2$
- C)  $2x + 2x^2 \sin x^2$
- D)  $2x - 2x^3 \cos x^2$
- E)  $2x + 2x^3 \cos x^2$

47. Вычислите площадь фигуры, ограниченной осью  $Ox$  и графиком функции

$$y = -x^2 + x + 6$$

- A)  $\frac{125}{6}$
- B)  $\frac{125}{3}$
- C) 0
- D)  $\frac{18}{5}$
- E)  $\frac{173}{6}$

48. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 0$  и

$$y = -2(x - 3)^2 + 2$$

- A)  $\frac{6}{3}$
- B)  $\frac{7}{3}$
- C)  $\frac{8}{3}$
- D) 3
- E)  $\frac{10}{3}$

49. При каком значении  $d$  площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos 5x$ ,  $y = 0$ ,

$$x = \frac{\pi}{30} \text{ и } x = d \left( d < \frac{\pi}{30} \right) \text{ будет равна } 0,2?$$

- A)  $\frac{\pi}{60}$
- B)  $\frac{\pi}{120}$
- C) 0
- D)  $-\frac{\pi}{60}$
- E)  $-\frac{\pi}{30}$

50. Вычислите площадь фигуры, ограниченной касательной, проведенной к графику функции  $y = 4,5 - 0,5x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ , прямой  $x = -2$  и осью  $Ox$ .

- A) 12
- B) 24,5
- C) 49
- D) 24
- E) 98

51. Вычислите определенный интеграл

$$\int_0^{\pi} \sin 2x \cos 3x dx$$

- A)  $\frac{5}{4}$
- B)  $-\frac{5}{4}$
- C)  $\frac{4}{5}$
- D)  $-\frac{4}{5}$
- E) 0

52. Вычислите определенный интеграл

$$\int_0^1 (2x + 3)^3 dx$$

- A) 47
- B) 54
- C) 68
- D) 72
- E) 95

53. Вычислите определенный интеграл

$$\int_{-1}^0 \frac{dx}{(6x - 1)^4}$$

- A)  $\frac{19}{343}$
- B)  $-\frac{19}{343}$
- C)  $\frac{28}{343}$
- D)  $-\frac{28}{343}$
- E)  $-\frac{29}{343}$

54. Вычислите определенный интеграл

$$\int_2^{12} \frac{dx}{\sqrt{3x - 1}}$$

- A)  $-\frac{2(\sqrt{35} + \sqrt{5})}{3}$
- B)  $\frac{2(\sqrt{35} + \sqrt{5})}{3}$
- C)  $-\frac{2(\sqrt{35} - \sqrt{5})}{3}$
- D)  $\frac{2(\sqrt{35} - \sqrt{5})}{3}$
- E)  $-\frac{2}{3}$

55. Вычислите определенный интеграл

$$\int_{-3}^{-2} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 1} dx$$

- A)  $\frac{7}{2}$   
 B)  $-\frac{7}{2}$   
 C)  $\frac{7}{3}$   
 D)  $-\frac{7}{3}$   
 E)  $\frac{2}{3}$

56. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = x^2 - 2x + 1$  и графиком ее производной.

- A) 0  
 B)  $\frac{1}{6}$   
 C)  $\frac{4}{3}$   
 D) 1  
 E)  $\frac{20\sqrt{5}}{3}$

57. Найдите промежутки монотонности функции  $y = 2 + 2x^2 - x^4$

- A)  $(-\infty; -1]$  и  $[-1; 0]$  – возрастает,  $[-1; 1]$  и  $[1; +\infty)$  – убывает  
 B)  $(-\infty; -1]$  и  $[-1; 0]$  – убывает,  $[0; 1]$  и  $[1; +\infty)$  – возрастает  
 C)  $(-\infty; -1]$  и  $[-1; 0]$  – возрастает,  $[0; 1]$  и  $[1; +\infty)$  – убывает  
 D)  $(-\infty; -1]$  и  $[0; 1]$  – убывает,  $[-1; 0]$  и  $[1; +\infty)$  – возрастает  
 E)  $(-\infty; -1]$  и  $[0; 1]$  – возрастает,  $[-1; 0]$  и  $[1; +\infty)$  – убывает

58. Найдите асимптоты графика функции

$$y = \frac{2x^3}{1 - x^2}$$

- A)  $x = -1$ ,  $x = 1$  и  $y = 2$   
 B)  $x = 1$ ,  $x = 2$  и  $y = -1$   
 C)  $x = -2$ ,  $x = 2$  и  $y = 1$   
 D)  $x = -1$ ,  $x = 1$  и  $y = -2$   
 E)  $x = -2$ ,  $x = 1$  и  $y = -1$

59. Найдите выбросное среднее квадратическое отклонение, используя данные таблицы интервальной относительной частоты вариант

Интервалдар	[0; 6)	[6; 12)	[12; 18)	[18; 24]
$n_i$	4	6	6	4
$\frac{n_i}{n}$	0,2	0,3	0,3	0,2

- A) 0,0036  
 B) 2,07  
 C) 6,03  
 D) 39,8

E) 1

60. Вычислите определенный интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (18x^2 - \sin 2x) dx$$

A)  $\frac{\pi^3}{36} + \frac{1}{4}$

B)  $\frac{\pi^3}{36} - \frac{1}{4}$

C)  $\frac{\pi^2}{36} + \frac{1}{4}$

D)  $\frac{\pi^2}{36} - \frac{1}{4}$

E)  $\frac{\pi^3}{216} - \frac{1}{4}$