

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

10-класс

Уровень I, легкие вопросы

1. Все возможные числа записываются, используя только цифры 0 и 1, начиная с однозначных чисел и заканчивая семизначными числами. Сколько раз записывали число 1?
A) 128;
B) 288;
C) 448;
D) 364;
E) 512.
2. Сколько существует множества последовательных натуральных чисел, сумма которых равна 100?
A) 1;
B) 3;
C) 4;
D) 5;
E) 6.
3. Вычислите сумму $303^2 + 404^2$?
A) 707225;
B) 606225;
C) 255025;
D) 808225;
E) 202225.
4. Стороны прямоугольника $a = 3,4 \cdot 10^{-1}$ м и $b = 4,5 \cdot 10^{-2}$ м. Найдите периметр.
A) $1,64 \cdot 10^{-1}$ м
B) $1,59 \cdot 10^{-2}$ м
C) $8,2 \cdot 10^{-2}$ м
D) $6,9 \cdot 10^{-3}$ м
E) $7,7 \cdot 10^{-1}$ м
5. Из города А в город В вышли одновременно два поезда. Первый поезд ехал 390 км / ч и прибыл в город В на два часа раньше, чем второй поезд. Найдите расстояние от города А до города В, если второй поезд движется со скоростью 260 км / ч?
A) 520 км
B) 1560 км
C) 1300 км
D) 2020 км
E) 1730 км
6. Два двузначных числа, записанных подряд, образуют четырехзначное число, которое нацело делится на их сумму. Найти такие числа.
A) 17 и 34;
B) 23 и 32;
C) 41 и 69;
D) 19 и 92;

Е) 29 и 37;

7. Сколько восьмизначных целых положительных чисел, цифры которых расположены в порядке убывания?

А) 54

В) 45

С) 500

Д) 4500

Е) 91

8. Сколько способов можно окрасить окружность, разделенную на равный сектор p , с помощью n -краски? Где p -простое число, и каждый сектор можно покрасить только одной краской.

А) $n - p$

В) $\frac{n^p}{p}$

С) $n - \frac{n^p + n}{p}$

Д) $n + p$

Е) $n + \frac{n^p - n}{p}$

9. Вычислите $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 99^2 - 100^2 + 101^2$

А) 5151

В) 6161

С) 7171

Д) 8989

Е) 4949

10. Найдите целые решения уравнения: $x^2 - xy - 2y^2 = 7$.

А) (3; 4), (-3; -4); (5; 2)

В) (3; -2), (-3; 2); (-3; -2)

С) (0; 1), (-1; 2); (0; -1)

Д) (-3; 5), (-5; 3); (3; 5)

Е) (1; -8), (-1; 8); (1; 8)

11. Решите уравнению: $x^2 - 2x + 1 = 0$

А) -2

В) 1

С) -1

Д) 2

Е) Нет решения

12. Решите систему уравнения:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^3 + y^3 = 1 \end{cases}$$

А) (-1; 0), (0; -1)

В) (0; 0), (0; 1)

С) (1; 0), (1; 1)

Д) (0; 0), (-1; -1)

Е) (0; 0), (0; -1)

13. Решите систему уравнения:

$$\begin{cases} \frac{5}{x^2 + xy} + \frac{4}{y^2 + xy} = \frac{13}{6} \\ \frac{8}{x^2 + xy} - \frac{1}{y^2 + xy} = 1 \end{cases}$$

- A) (2; 1), (-4; -1)
- B) (-1; 2), (1; -2)
- C) (1; -2), (-1; -2)
- D) (-1; 2), (1; -2)
- E) (1; 2), (3,5; 0,5)

14. Решите квадратную уравнению:

$$x^2 + 14x - 32 = 0$$

- A) 16 и 2
- B) -16 и 2
- C) 9 и -5
- D) -9 и 5
- E) -8 и 6

15. Решите систему уравнения:

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 3y = 2x \\ y^2 - 3xy + 6y = 4x \end{cases}$$

- A) (0; 1), (1; 0), (1,6; -3,2)
- B) (0; 1), (-1; 0), (1,6; 3,2)
- C) (0; 0), (1; 1), (-1,6; -3,2)
- D) (0; -1), (-1; 0), (-1,6; -3,2)
- E) (0; 0), (1; 1), (1,6; -3,2)

16. Если 5, x , y , -40 первые члены геометрической прогрессии, тогда:

- A) $y = -10$
- B) $y = 10$
- C) $y = -20$
- D) $y = 20$
- E) $y = -\sqrt{10}$

17. Два продавца яиц разговаривали: если второй продавец отдаст первому 13 яиц, то у первого продавца были бы в два раза больше яиц, чем у второго продавца. Если первый продавец отдаст второму продавцу 12 яиц, то у второго продавца будет в три раза больше чем у первого продавца. Сколько яиц у первого продавца?

- A) 27
- B) 33
- C) 40
- D) 12
- E) 9

18. Упростите выражение

$$\left(\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \right)^2 + \left(\cos(2\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \right)^2$$

- A) 4
- B) 0
- C) 1
- D) 2
- E) π

19. Три наследника разделяли свои доли. Первый наследник получил $\frac{1}{3}$ часть всего наследства, второй $\frac{1}{7}$ часть, а третьему досталось $\frac{2}{9}$ части наследства. Остальные 342 тг было пожертвовано в фонд. Какая общая сумма всего наследства?

- A) 2000
- B) 1134
- C) 1890
- D) 5698
- E) 9338

20. Решите уравнение: $\cos 30^\circ + x = \cos 60^\circ + \cos 90^\circ$.

A) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

- B) 0
- C) 1
- D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

E) 1

21. Упростите выражение

$$\left(\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \right)^2 + \left(\cos(2\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \right)^2$$

- A) 4
- B) 0
- C) 1
- D) 2
- E) π

Уровень II, средние вопросы

22. Проволку разделили на 18 равных частей. Если проволку разделить на 12 равных частей, то каждая часть получится больше на 8 см. Определите длину проволки?

- A) 278 см
- B) 288 см
- C) 256 см
- D) 264 см
- E) 298 см

23. Средний возраст одной футбольной команды 29 лет. После исключения одного игрока, средний возраст остальных 10 игроков составляло 30 лет. Сколько было игроков которого исключили?

- A) 15
- B) 16

- C) 20
- D) 25
- E) 19

24. Число А больше числа С на 44 %. Если число В больше на 20% числа С, на сколько процентов число А больше числа В?

- A) 20
- B) 28
- C) 6
- D) 9
- E) 24

25. Преобразите выражение

$$\operatorname{tg}(-\alpha) \cos \alpha + \sin \alpha$$

- A) 3
- B) 2
- C) 1
- D) 0
- E) -1

26. Найдите наибольшее значение выражения

$$1 - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

27. Вычислите

$$1 + \sin \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin^3 \frac{\pi}{6}$$

- A) 4
- B) 2
- C) $\frac{7}{4}$
- D) $\frac{8}{15}$
- E) $\frac{15}{8}$

28. Упростите выражение

$$(1 - \cos^2 \alpha) \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 - \operatorname{tg}^2 \alpha$$

- A) $\sin^2 \alpha$
- B) $\cos^2 \alpha$
- C) $\sin \alpha$
- D) $\cos \alpha$
- E) $\operatorname{tg}^2 \alpha$

29. Упростите выражение: $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$.

- A) $4^{-2,6}$;
- B) $\sqrt{3}$.

- C) $3^{-4,25}$;
 D) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$;
 E) 1

30. Найдите сумму первых 10 членов арифметической прогрессии, если $a_3=3$, $a_8=10$.

- A) 35
 B) 110
 C) 65
 D) 45
 E) 56

31. Цена яблоки в январе подорожала на 30%, а в феврале на 20%. На сколько процентов цена подорожала за эти два месяца?

- A) 56%;
 B) 51%;
 C) 50%;
 D) 52%;
 E) 53%.

32. Преобразите выражение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \operatorname{tg}(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi - x)$$

- A) $\cos^2 \alpha$
 B) $\sin^2 \alpha$
 C) $\operatorname{tg}^2 \alpha$
 D) $\cos \alpha$
 E) $\sin \alpha$

33. Вычислите

$$\frac{\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 160^\circ \cos 100^\circ}{\sin 21^\circ \cos 9^\circ + \cos 159^\circ \cos 99^\circ}$$

- A) -1
 B) 0
 C) 1
 D) 2
 E) -2

34. Найдите $\sin(\alpha - \beta)$, если:

$$\cos \alpha = \frac{5}{13}; \sin \beta = -0,6; 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}; \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$$

- A) $\frac{33}{65}$
 B) $-\frac{33}{65}$
 C) $\frac{64}{65}$
 D) $-\frac{64}{65}$
 E) $-\frac{14}{65}$

35. Разложите на множителей:

$$\cos \beta + \sin 2\beta - \cos 3\beta$$

- A) $\sin 2\beta (\sin 2\beta + 1)$
- B) $\cos 2\beta (\cos 2\beta - 1)$
- C) $\cos 2\beta (\cos 2\beta + 1)$
- D) $\sin 2\beta (2\sin \beta - 1)$
- E) $\sin 2\beta (2\sin \beta + 1)$

36. Найдите область определения функции

$$y = \frac{8}{(11x + 2)(10x + 7)}$$

- A) $(-\infty; -0,7) \cup \left(-\frac{2}{11}; +\infty\right)$
- B) $(-\infty; -0,7) \cup \left(-0,7; \frac{2}{11}\right) \cup \left(\frac{2}{11}; +\infty\right)$
- C) $\left(-\infty; -\frac{2}{11}\right) \cup \left(-\frac{2}{11}; 0,7\right) \cup (0,7; +\infty)$
- D) $(-\infty; -0,7) \cup \left(-0,7; -\frac{2}{11}\right) \cup \left(-\frac{2}{11}; +\infty\right)$
- E) $\left(-\infty; \frac{2}{11}\right) \cup \left(\frac{2}{11}; 0,7\right) \cup (0,7; +\infty)$

37. Сколько точек пересечения у графиков данных функции

$$y = (2 - x)^2, \quad y = \sqrt{0,4x}$$

- A) Непересекаются
- B) Они совпадают
- C) 0
- D) 1
- E) 2

38. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции в данном отрезке

$$y = x^2 - 5x + 2, \quad [1; 4]$$

- A) -2,25 и -2
- B) 2 и 2,25
- C) -2,25 и 2
- D) -2 и 2,25
- E) -2 и 2

39. Найдите область значения функции.

$$f(x) = \cos 3x \sin 3x$$

- A) $[-0,5; 0,5]$
- B) $[-1; 1]$
- C) $[-1/3; 1/3]$
- D) $[3; 3]$
- E) $[-0,25; 0,25]$

40. Вычислите

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \arcsin(-0,5)$$

- A) $\frac{5\pi}{12}$

- B) $\frac{\pi}{5}$
- C) $\frac{7\pi}{12}$
- D) $-\frac{\pi}{5}$
- E) $-\frac{7\pi}{12}$

41. Вычислите

$$2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 3\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\operatorname{arcctg}(-1)$$

- A) $\frac{5\pi}{6}$
- B) $-\frac{5\pi}{6}$
- C) $\frac{7\pi}{12}$
- D) $-\frac{7\pi}{12}$
- E) 0

Уровень III, сложные вопросы

41. Определите область значения функции

$$y = x^2 - 9|x| + x + 7$$

- A) $[-9; +\infty)$
- B) $(-\infty; 9]$
- C) $[-18; 9]$
- D) $[-18; +\infty)$
- E) $(-\infty; 18]$

42. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x + 12}}$$

- A) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$
- B) $(-\infty; -5] \cup [5; 8)$
- C) $[-6; -4] \cup [6; 8)$
- D) $(-\infty; -4] \cup [6; +\infty)$
- E) $(-\infty; -5] \cup [-4; 8)$

43. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{36 - x^2}{x^2 - 4x - 32}}$$

- A) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$
- B) $(-\infty; -5] \cup [5; 8)$
- C) $[-6; -4] \cup [6; 8)$
- D) $(-\infty; -4] \cup [6; +\infty)$
- E) $(-\infty; -5] \cup [-4; 8)$

44. При каком значении параметра a область определения функции $y = \sqrt{x - 5} + \sqrt{ax + 9}$ будет числовым отрезком?

- A) $-1,8 < a < 0$
- B) $0 < a < 1,8$
- C) $-1,8 < a < 1,8$
- D) $a > -1,8$
- E) $a < 0$

45. Для $x = 5\sqrt{5} - 3$ найдите значение функции Дирихле

- A) 2
- B) -2
- C) 1
- D) -1
- E) 0

46. Для $x = 7,5$ найдите значение функции Дирихле

- A) 2
- B) -2
- C) 1
- D) -1
- E) 0

47. Сколько корней имеет следующее уравнение?

$$x^2 + 3x = \frac{1}{x}$$

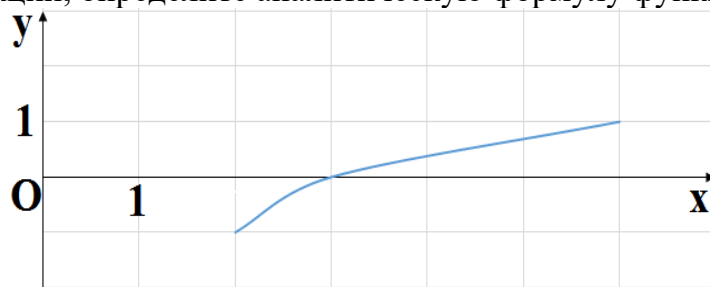
- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 0

48. Сколько корней имеет следующее уравнение?

$$x^2 - 4x = \frac{1}{x^2}$$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 0

49. По графику функции, определите аналитическую формулу функции.



- A) $y = \sqrt{x} - 2$
- B) $y = \sqrt{x-1} - 2$

- C) $y = \sqrt{x - 2} + 1$
 D) $y = \sqrt{x - 2} - 1$
 E) $y = \sqrt{x + 2} - 1$

50. Выразите $g(x)$ так, чтобы следующая функция стала нечетной.

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x^2, & x > 0 \\ g(x), & x < 0 \end{cases}$$

- A) $g(x) = x^2 - 5$
 B) $g(x) = x^2 + 5$
 C) $g(x) = -x^2 + 5$
 D) $g(x) = -x^2 - 5$
 E) $g(x) = x^2$

51. Функция $y = f(x)$ – нечетная. При $x > 0$, для $f(x) = \sqrt{x}$ напишите формулу функции.

- A) $y = \sqrt{|x|}$
 B) $y = \operatorname{sign} x$
 C) $y = \sqrt{x}$
 D) $y = \operatorname{sign} x \cdot \sqrt{|x|}$
 E) $y = \sqrt{-x}$

52. Найдите максимум и минимум функции

$$f(x) = ||x - 2| - 2|$$

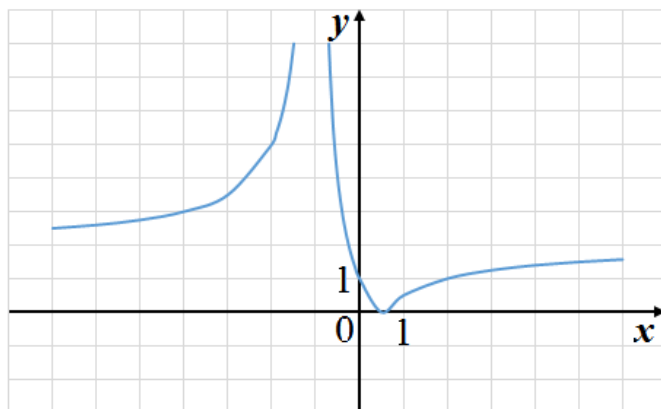
- A) $x_{\max} = 0, x_{\min} = -2, x_{\min} = -4$
 B) $x_{\max} = 2, x_{\min} = 0, x_{\min} = 4$
 C) $x_{\max} = 2, x_{\min} = -2, x_{\min} = 0$
 D) $x_{\max} = -2, x_{\min} = 0, x_{\min} = -4$
 E) $x_{\max} = -2, x_{\min} = 2, x_{\min} = 4$

53. Найдите максимум и минимум функции

$$f(x) = ||x + 1| - 3|$$

- A) $x_{\max} = 2, x_{\min} = -1, x_{\min} = -4$
 B) $x_{\max} = -1, x_{\min} = -2, x_{\min} = -4$
 C) $x_{\max} = -1, x_{\min} = 2, x_{\min} = -4$
 D) $x_{\max} = 1, x_{\min} = -2, x_{\min} = -4$
 E) $x_{\max} = 4, x_{\min} = 2, x_{\min} = -4$

54. На рисунке дана график функции $f(x)$. Если функция проходит через точку $A(2; 1)$, запишите аналитическую формулу функции.



- A) $f(x) = \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$
 B) $f(x) = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$
 C) $f(x) = \left| \frac{x-1}{2x+1} \right|$
 D) $f(x) = \left| \frac{2x-1}{x-1} \right|$
 E) $f(x) = \left| \frac{2x-1}{x+1} \right|$

55. Даны функций $f(x) = x^2 - 2$ и $g(x) = \frac{1}{x+2}$. Запишите формулу функции $y = f(x-2) - g(x^2)$.

- A) $y = x^2 - 2 - \frac{1}{x^2+2}$
 B) $y = x^2 - 4x - \frac{1}{x^2+2} + 2$
 C) $y = x^2 - 4 - \frac{1}{x^2+2}$
 D) $y = x^2 - 4x - \frac{1}{x^2+4x+4} - 2$
 E) $y = x^2 - 4x - \frac{1}{x^2+2} + 4$

56. Сколько корней имеет следующее уравнение?

$$2 - x^2 = \cos x$$

- A) 0
 B) 1
 C) 2
 D) 3
 E) 4

57. Сколько корней имеет следующее уравнение?

$$2x^2 - 4x = 2 \cos x$$

- A) 0
 B) 1
 C) 2
 D) 3
 E) 4

58. Найдите точки максимума и минимума функции

$$f(x) = ||x+2| - 4|$$

- A) $x_{\max} = 2, x_{\min} = -2, x_{\min} = -6$
 B) $x_{\max} = -2, x_{\min} = 2, x_{\min} = 6$

- C) $x_{\max} = 6, x_{\min} = 2, x_{\min} = -6$
 D) $x_{\max} = 6, x_{\min} = -2, x_{\min} = -6$
 E) $x_{\max} = -2, x_{\min} = 2, x_{\min} = -6$

59. Вычислите

$$\cos\left(\operatorname{arctg} 2 - \arccos \frac{1}{5}\right)$$

A) $\frac{\sqrt{5}(1+4\sqrt{6})}{5}$

B) $\frac{\sqrt{5}(1+4\sqrt{6})}{25}$

C) $\frac{\sqrt{5}(1-4\sqrt{6})}{5}$

D) $\frac{\sqrt{5}(1-4\sqrt{6})}{25}$

E) $\frac{\sqrt{6}(1+4\sqrt{5})}{25}$

60. Решите уравнение

$$4 \operatorname{arctg} x - 6 \operatorname{arctg} x = \pi$$

A) $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{5}$

B) $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{5}$

C) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$

D) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}$

E) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{2}$