

Математика пәні бойынша
Республикалық оқушылар олимпиадасының
үшінші (облыстық) кезеңі (2022-2023 оқу жылы)

10-сынып

2 тур

Жұмыс уақыты: 3 сағат 30 минут.

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

4. Әр натурал n -таңбалы k саны үшін $D(k)$ – ондық жазбадағы k санының цифрларының көбейтіндісі болсын. Барлық натурал n -таңбалы сандары үшін $D(k)$ сандарының қосындысы неге тең?
5. Карталарда $0, 1, 2, \dots, p - 1$ сандары жазылған, бұл жерде p – жай сан. Бірнеше картадағы сандардың қосындысы p -ға бөлінетіндей қанша тәсілмен сол карталарды таңдай аламыз?
6. G графының төбелері 1-ден $(p - 1)$ -ге дейінгі сандармен нөмерленіп шықты, бұл жердегі $p > 3$ жай сан. Кез келген x және y төбелері үшін, $x^n + y^n$ саны p -ға бөлінетіндей n саны табылса, онда сол төбелерді қабырғамен байланыстырамыз. G графында барлық төбелерін тек бір рет қана өтетін цикл (тұйық жол) бар екенін дәлелдеңіз.

Третий (областной) этап
Республиканской олимпиады школьников
по математике (2022-2023 учебный год)

10 класс

2 тур

Время работы: 3 часа 30 минут.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

4. Для каждого n -значного натурального числа k определим $D(k)$ – как произведение цифр в десятичной записи числа k . Чему равна сумма всех таких $D(k)$ по всем n -значным натуральным числам?
5. На карточках написаны $0, 1, 2, \dots, p - 1$, где p – простое. Сколькими способами можно выбрать несколько карточек так чтобы сумма чисел на карточках делилась на p ?
6. В графе G вершины пронумерованы числами от 1 до $(p - 1)$, где $p > 3$ простое. Между любыми двумя вершинами x и y ставится ребро, если существует натуральное n , для которого $x^n + y^n$ делится на p . Докажите, что в G существует цикл (замкнутый путь), который проходит через каждую вершину данного графа ровно по одному разу.